

Un problema con conjuntos

La Facultad de Ciencias está organizando sus equipos para participar en las Olimpiadas nacionales de **Matemáticas**, **Física** y **Biología**. Cientos de jóvenes han acudido a la Convocatoria con la intención de participar en una o más de las disciplinas. Después de varias encuestas y rondas de exámenes diagnósticos, la computadora arrojó los siguientes resultados:

- 400 están en condiciones de participar en la de **Matemáticas**
- 390 están en condiciones de participar en la de **Física**
- 680 están en condiciones de participar en las de **Matemáticas** o **Física**
- 90 están en condiciones de participar en la de **Matemáticas** y **Física**, pero no en la de **Biología**.

Urge tomar una decisión y como siempre, por cuestiones presupuestales, el Consejo Técnico urge a la Comisión de Organización, saber lo siguiente:

¿Cuántos jóvenes están en condiciones de participar en las olimpiadas de las tres disciplinas?

Solución

Denotaremos los conjuntos de jóvenes en condiciones de participar en las olimpiadas por cada disciplina, por sus letras iniciales: M para **Matemáticas**, F para **Física** y B para **Biología**.

Así, tenemos, los siguientes números:

$\#(M) = 400$	$\#(F) = 390$	$\#(M \cup F) = 680$	$\#(M \cap F \cap B^c) = 90$
---------------	---------------	----------------------	------------------------------

Para responder a este problema, será necesario calcular $\#(M \cap F \cap B)$.

Sabemos que:

$$\#(M \cup F) = \#(M) + \#(F) - \#(M \cap F)$$

De donde:

$$\#(M \cap F) = \#(M) + \#(F) - \#(M \cup F) = 400 + 390 - 680 = 110 \quad (1)$$

Además:

$$M \cap F = (M \cap F) \cap \Omega = (M \cap F) \cap (B^c \cup B) = (M \cap F \cap B^c) \cup (M \cap F \cap B)$$

Y como $(M \cap F \cap B^c) \cap (M \cap F \cap B) = \emptyset$, entonces:

$$\#(M \cap F) = \#(M \cap F \cap B^c) + \#(M \cap F \cap B) \quad (2)$$

Despejando de (2), nos queda:

$$\#(M \cap F \cap B) = \#(M \cap F) - \#(M \cap F \cap B^c) \quad (3)$$

Sustituyendo (1) en (3) y el valor de $\#(M \cap F \cap B^c) = 90$, nos queda:

$$\#(M \cap F \cap B) = 110 - 90 = 20$$

En conclusión, solamente 20 de los cientos de jóvenes, estarían en posibilidad de participar en las olimpiadas de las tres disciplinas.